



تمرینات درس ریاضیات عمومی ۱ - رشته مهندسی برق
سری اول: اعداد مختلط

مدرس: حسینی

مهلت تحویل: ۱۴۰۳/۰۹/۰۲

(۱) حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

(الف) $\frac{3i^{30} - i^{19}}{2i - 1}$;

(ب) $\frac{(1 + i\sqrt{3})^8}{2^7(-1 + i\sqrt{3})}$;

(پ) $(z - \bar{z})(z^2 - \bar{z}^2) \dots (z^n - \bar{z}^n)$;

(ت) $\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) + \dots + \cos\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right)$.

(۲) مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط را بیابید که در روابط زیر صدق می‌کنند.

(الف) $z(\bar{z} + 2) = 3$, (ب) $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1+z}\right) = 1$, (پ) $\operatorname{Re}(z^2) < 0$.

(۳) (الف) فرض کنید z_0 , z_1 و z_2 سه نقطه متمایز در صفحه اعداد مختلط باشند. نشان دهید مثلث تشکیل شده به وسیله این سه نقطه یک مثلث متساوی الساقین با زاویه قائمه در رأس z_0 است اگر و تنها اگر داشته باشیم

$$\frac{z_2 - z_0}{z_1 - z_0} = \pm i$$

(ب) همه اعداد مختلط z را بیابید به طوری که مثلث تشکیل شده به وسیله نقاط 1 , z و z^2 یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین باشد.

(۴) (الف) فرض کنید z_1, z_2, \dots, z_{17} ریشه‌های متمایز معادله $z^{17} - 1 = 0$ باشند. نشان دهید

$$z_1 + z_2 + \dots + z_{17} = 0$$

(ب) اگر $w \neq 1$ یکی از ریشه‌های معادله فوق و $(1 \leq k \leq 16)$ عددی صحیح باشد، نشان دهید

$$1 + w^k + w^{2k} + \dots + w^{16k} = 0$$

«موفق باشید»